

21. Let G be a connected graph with atleast three points. Prove that the following are equivalent.

- G is a block.
- Any two points of G lie on a common cycle.
- Any point and any line of G lie on a common cycle.
- Any two lines of G lie on a common cycle.

G என்பது குறைந்தது மூன்று புள்ளிகளைக் கொண்ட ஒரு கோட்டுரு என்க. பின்வருவன சமமானவை என நிரூபி.

- G ஒரு தொகுதி
- G -ன் ஏதேனும் இரு புள்ளிகள் பொது சுற்றில் இருக்கும்.
- G -ன் ஏதேனும் ஒரு புள்ளி மற்றும் ஏதேனும் ஒரு கோடு பொது சுற்றில் இருக்கும்.
- G -ன் ஏதேனும் இரு கோடுகள் ஒரு பொது சுற்றில் இருக்கும்

22. Prove that $C(G)$ is well defined.

$C(G)$ நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது என நிரூபி.

23. Prove that a graph is Hamiltonian if and only if its closure is a Hamiltonian.

ஒரு கோட்டுரு, ஹாமில்டோனியன் ஆக இருக்க, இருந்தால் மட்டுமே அதன் மூடல் ஹாமில்டோனியன் ஆக இருக்கும் என நிரூபி.

24. State and prove Chavatal theorem.

“சவதால்” தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

APRIL 2015

72036/SEMAB

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

- Define a Complete Graph.
வரையறு : முழுமையான கோட்டுரு.
- Draw Petersen graph.
பீட்டர்சென் கோட்டுருவை வரைக.
- Write Ulam's conjecture.
'யுலாம்' -ன் ஊகத்தை எழுதுக.
- State Whitney's theorem.
விட்னெயின் தேற்றத்தை எழுதுக.
- Define : Partition.
பிரிவினையை வரையறு.
- Define : Cycle.
வரையறு : சுற்று.
- Define : Intersection Graph.
வரையறு : வெட்டு கோட்டுரு.
- Define : Line Covering number.
வரையறு : கோடு உள்ளடக்கிய எண்.
- Define : Cut Point.
வரையறு : வெட்டு புள்ளி.

10. Define : Block.

வரையறு : தொகுதி.

11. Define : Theta graph.

வரையறு : "பீட்டா கோட்டுரு".

12. Define : Forest.

வரையறு : காட்டுரு.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. If any graph G , prove that the number of points of odd degree is even.

எந்த ஒரு கோட்டுரு G -யிலும், ஒற்றைப் படி கொண்ட புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை இரட்டை எண் என நிரூபி.

14. Prove that : $\Gamma(G) = \Gamma(\overline{G})$.

$\Gamma(G) = \Gamma(\overline{G})$: என நிரூபி.

15. Prove that $\alpha + \beta = p$.

$\alpha + \beta = p$: என நிரூபி.

16. Prove that a graph G with p points and $\delta \leq \frac{p-1}{2}$ is connected.

$\delta \leq \frac{p-1}{2}$ மற்றும் p புள்ளிகள் உடைய கோட்டுரு G இணைந்தது என நிரூபி.

17. Prove that every non-trivial connected graph has atleast two points which are not cut points.

எல்லா அற்பமற்ற இணைந்த கோட்டுருக்களிலும், வெட்டு புள்ளியில்லாத குறைந்தது இரண்டு புள்ளிகளை கொண்டிருக்கும் என நிரூபி.

18. For any graph G , prove that $k \leq \lambda \leq \delta$.

எந்த ஒரு கோட்டுரு G -யிலும் $k \leq \lambda \leq \delta$ என நிரூபி.

19. Prove that every tree has a centre consisting of either one point or two adjacent points.

ஒவ்வொரு மரவுருவும், ஒரு புள்ளி அல்லது இரு அருகாமைப் புள்ளிகளை மையமாகக் கொண்டிருக்கும் என நிரூபி.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Prove that a partition $P = \{d_1, d_2, \dots, d_p\}$ of an even number in to p parts with $p-1 \geq d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_p$ is graphical if and only if the modified partition $p' = \{d_2 - 1, d_3 - 1, \dots, d_{p+1} - 1, d_{p+2}, \dots, d_p\}$ is graphical.

ஒர் இரட்டை எண்ணை p பகுதிகளாகக் கொண்ட பிரிவினை $P = \{d_1, d_2, \dots, d_p\}$ மற்றும் $p-1 \geq d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_p$ கோட்டுருவாக இருக்க இருந்தால் மட்டுமே, திருத்திய பிரிவினை $p' = \{d_2 - 1, d_3 - 1, \dots, d_{p+1} - 1, d_{p+2}, \dots, d_p\}$ ஒரு கோட்டுரு ஆகும் என நிரூபி.

(8 pages)

NOVEMBER 2014

72036/SEMAB

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

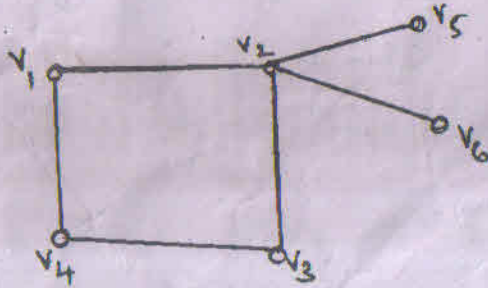
PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

1. What is the maximum degree of any point in a graph with p points?

p புள்ளிகள் கொண்ட ஒரு வரையில் ஒரு புள்ளியின் அதிகபட்ச படியாது?

2. Write the adjacency matrix of the graph given below.



மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வரையின் அண்டை அணியை எழுதுக.

3. If G_1 is P_2 and G_2 is P_4 then what is $G_1 + G_2$?

G_1 என்பது P_2 மற்றும் G_2 என்பது P_4 எனில் $G_1 + G_2$ என்பது என்ன?

4. State true or false.

Any two isomorphic graphs determine the same partition.

உண்மையா அல்லது பொய்யா என எழுதுக.

எந்த இரண்டு ஒரின் வரைபுகளும் ஒரே வரைபுத் தொடரை உடையதாய் இருக்கும்.

5. Define a graphical partition.

வரைபுத் தொடரை வரையறு.

6. Find the girth of C_5 .

C_5 -ன் சுற்றைக் காண்க.

7. Find all the blocks of the graph given below.



மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வரையின் அனைத்து தொகுப்புகளையும் காண்க.

8. Find the connectivity of $K_{m,n}$.
 $K_{m,n}$ -ன் தொடர்ச்சித் திண்ணத்தைக் காண்க.
9. Test the validity of the following statement.
 Every Eulerian graph is Hamiltonian.
 கீழ்வரும் காற்றின் உண்மைத் தன்மையைக் காண்க.
 எந்தவொரு ஆய்லீரியன் வரைபும் ஹாமில்டன் வரைபாக இருக்கும்.
10. Define the closure of a graph.
 ஒரு வரைபின் அடைப்பு வரைபை வரையறு.
11. Define a forest.
 ஒரு காட்டை வரையறு.
12. State true or false.
 Every connected graph has a spanning tree.
 உண்மை அல்லது பொய் என்று எழுதுக.
 எந்தவொரு தொடர் வரைபிற்கும் ஒரு படர் மரம் இருக்கும்.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)
 Answer any FIVE questions.

13. Prove that every cubic graph has an even number of points.
 எந்த ஒரு முப்படி வரைபிலும் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படவை எண் என நிறுவுக.

14. With usual notation prove that $\alpha' + \beta' = p$.
 வழக்கமான குறியீடுகளில் $\alpha' + \beta' = p$ என நிரூபி.
 வழக்கமான குறியீடுகளில் $\alpha' + \beta' = p$ என நிரூபி.
15. Which of the following partitions are graphical?
 Wherever graphical, construct graphs realizing the partitions?
 கீழ்வரும் தொடர்களில் வரைபுத் தொடர்கள் எவை எனக் காண்க. வரைபுத் தொடர் எனில், அதன் வரைபினைக் காண்க.
- (a) (5, 5, 3, 3, 2, 2)
- (b) (4, 3, 2, 1, 1, 1).
16. Prove that a graph G with p points and $\delta(G) \geq \frac{p-1}{2}$ is connected.
 G என்பது p புள்ளிகள் கொண்ட ஒரு வரைபு மற்றும் $\delta(G) \geq \frac{p-1}{2}$ எனில் G ஒரு தொடுத்த வரைபு என்று நிறுவுக.

17. With usual notations, prove that for any graph G , $K(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$.

G என்ற எந்த ஒரு வரைபுக்கும் வழக்கமான குறியீடுகளுடன் $K(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$ என நிறுவுக.

18. Prove that a connected graph is Eulerian if and only if all its vertices are of even degree.

ஒரு தொடர் வரைபு ஆய்லீரியன் வரைபாக இருந்தால், இருந்தால் மட்டுமே அதன் ஒவ்வொரு புள்ளியின் படியும் இரட்டைப்படை எண் என நிறுவுக.

19. Prove that every tree has a centre consisting of either one point or two adjacent points.

எந்தவொரு மரத்திலும் ஒரு புள்ளி அல்லது இரண்டு அண்டைப் புள்ளிகளைக் கொண்ட ஒரு மையம் இருக்கும் என்று நிறுவுக.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Prove that the maximum number of lines among all p point graphs with no triangles is $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$.

முக்கோணமில்லாத p புள்ளிகளையுடைய எல்லா

வரைபுகளின் அதிகபட்ச கோடுகளின் எண்ணிக்கை $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$

என்று நிறுவுக.

21. Prove that a partition $P = (d_1, d_2, \dots, d_p)$ of an even number into p parts with $p-1 \geq d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_p \geq 0$ is graphical if and only if the modified partition

$P' = (d_2 - 1, d_3 - 1, \dots, d_{d_1+1} - 1, d_{d_1+2}, \dots, d_p)$ is graphical.

ஓர் இரட்டைப் படை எண்ணின் பங்கீட்டுத் தொடர் $P = (d_1, d_2, \dots, d_p)$ $p-1 \geq d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_p \geq 0$ வரைபுத் தொடராக இருந்தால், இருந்தால் மட்டுமே, அதன் மாற்றப்பட்ட தொடர்

$P' = (d_2 - 1, d_3 - 1, \dots, d_{d_1+1} - 1, d_{d_1+2}, \dots, d_p)$ ஒரு வரைபுத் தொடர் ஆகும் என்று நிறுவுக.

22. Let G be a connected graph with at least three points. Then prove that the following statements are equivalent.

- G is a block
- Any two points of G lie on a common cycle.
- Any point and any line of G lie on a common cycle.
- Any two lines of G lie on a common cycle.

G என்பது குறைந்த பட்சம் மூன்று புள்ளிகள் கொண்ட தொடர் வரைபு எனில், கீழ்க்கண்டவை ஒன்றுக்கொன்று சமானமானவை என்று நிறுவுக.

(அ) G ஒரு தொகுப்பு

- (ஆ) G -ன் எந்த இரு புள்ளிகளும் ஒரு பொதுச் சுற்றில் இருக்கும்.
- (இ) G -ன் எந்த ஒரு புள்ளியும் எந்த ஒரு கோடும் ஒரு பொதுச் சுற்றில் இருக்கும்.
- (ஈ) G -ன் எந்த இரு கோடுகளும் ஒரு பொதுச் சுற்றில் இருக்கும்.

23. State and prove Chvatal's theorem.

சுவடாலின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

24. Let G be a (p, q) graph. Then prove that the following statements are equivalent.

- (a) G is a tree
- (b) Every two points of G are joined by a unique path
- (c) G is connected and $p = q + 1$
- (d) G is acyclic and $p = q + 1$.

G ஒரு (p, q) வரைபு எனில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை ஒன்றுக்கொன்று சமானமானவை என்று நிறுவுக.

(அ) G ஒரு மரம்

- (ஆ) G -ன் எந்த இரு புள்ளிகளும் ஒரே ஒரு பாதையால் மட்டுமே இணைக்கப்பட்டிருக்கும்
- (இ) G தொடர் வரைபாகவும், $p = q + 1$ என்றும் இருக்கும்
- (ஈ) G சுற்றற்றதாகவும், $p = q + 1$ என்றும் இருக்கும்.